

KIPAS2019 年度活動報告

高橋 博樹¹, 鈴木 新太郎²

1. この一年間の研究活動内容

この一年間は、主として高橋（主任研究員）と鈴木（研究員）が個々自由にカオス力学系の研究を進めた。並行して、両者の強みの融合による共同研究の推進も試みた。また、慶應義塾大学を関東地方での力学系研究の拠点として定着させるため、定期的に外部の研究者を招いて公開セミナーや小研究集会を行った。さらに、国内外の出張および講演を数多く行い、研究成果の発信に努めた。

高橋は、伝統的なカオス力学系理論の枠内で重要とされる 2 次写像やエノン写像の研究に加えて、連分数展開や離散群作用など、数論や幾何学に由来するカオス力学系の研究を行った。特に、平衡から離れたレア・イベントが起きる確率に関する「大偏差原理」の成立の証明と、そのレート関数の構造の解析、およびマルチ・フラクタル解析を重点的に行った。

論文 (5) で、無限回くりこみ可能でない任意の 2 次写像が大偏差原理を満たすことは本質的に証明されていた。しばらく懸案であった無限回くりこみ可能な 2 次写像について、辻井正人氏（九州大学）との議論により新たな着想を得て、大偏差原理を示すことができた（プレプリント (3)）。ここで用いられた手法を変形して、無限回くりこみ可能な 2 次写像の周期軌道の統計的性質（プレプリント (1)）の解析にも成功した。

連分数展開については、論文 (4) の結果を踏まえ、さらに正則、負型の両方で異なる結果を得た（プレプリント (2), (5)）。また、Johannes Jaerisch 氏（名古屋大学）と共同で、中立的周期点を持つ非一様拡大的一次元マルコフ写像のマルチ・フラクタル解析を行った。これを負型連分数展開や有限生成放物型フックス群作用に応用し、スペクトルに関する新しい情報を得ることに成功した。さらに、フックス群の極限集合のハウスドルフ次元の力学系的な特徴づけにも成功した（プレプリントは公開準備中）。当初に予定していた、論文 (3) に基づくタイヒミュラー測地流の大偏差原理については時間の不足により研究を開始することができなかった。

鈴木は、 β -変換が定めるランダム力学系のエルゴード的性質、特にその不変密度関数の明示的表示およびランダム力学系ゼータ関数の解析接続に関する研究を行った（プレプリントは公開準備中）。また、非一様拡大写像によるランダム力学系の熱力学形式の理論構築に関し、Paulo Varandas 氏（Universidade do Porto）、Manuel Stadlbauer 氏（Universidade Federal do Rio de Janeiro）との国際共同研究を進めた（プレプリントは公開準備中）。論文が大部のため、その準備に予想以上の時間を要している。

以上のように、個々の研究において一定の成果は得られた。しかし、当初に予定していた「ランダム連分数展開の大偏差原理」についての高橋 – 鈴木の研究がそれほど進展しなかったことが反省点として挙げられる。

2. 研究成果・業績

2.1. 査読付き論文.

- (1) Mao Shinoda, Hiroki Takahasi: Lyapunov optimization for non-generic one-dimensional expanding Markov maps. Ergodic Theory and Dynamical Systems, to appear
- (2) Hiroki Takahasi: Entropy-approachability for transitive Markov shifts over infinite alphabet. Proceedings of the American Mathematical Society, to appear

¹KiPAS 主任研究員, 数理科学科

²KiPAS 研究員, 数理科学科

- (3) Hiroki Takahasi: Large deviation principles for countable Markov shifts. Transactions of the American Mathematical Society **372** 7831–7855 (2019)
- (4) Hiroki Takahasi: Large deviation principle for arithmetic functions in continued fraction expansion. Monatshefte für Mathematik, **190** (2019) 137–152.
- (5) Yong Moo Chung, Juan Rivera-Letelier, Hiroki Takahasi: Large deviation principle in one-dimensional dynamics. Inventiones mathematicae. **218** (2019) 853–888.

2.2. 招待講演 (国外)

- (1) Hiroki Takahasi: “Thermodynamic Formalism: Dynamical Systems, Statistical Properties and their Applications“, CIRM, Marseille, 2019 年 12 月
- (2) Hiroki Takahasi: “Topological and probabilistic methods in low dimensional dynamics.”, Shanghai Center for Mathematical Sciences, Shanghai, 2019 年 10 月

2.3. 招待講演 (国内)

- (1) Hiroki Takahasi: “Research on the Theory of Random Dynamical Systems and Fractal Geometry”, 京都大学数学教室, 京都, 2019 年 8 月
- (2) Shintaro Suzuki: “Research on the Theory of Random Dynamical Systems and Fractal Geometry”, 京都大学数学教室, 京都, 2019 年 8 月

2.4. 解説記事.

- (1) 高橋 博樹 Hénon 写像の力学系 「数学」論説 2020 年 7 月号掲載予定

2.5. プレプリント.

- (1) Hiroki Takahasi: Statistical properties of periodic points for infinitely renormalizable unimodal maps. arXiv:2002.12000 投稿中
- (2) Hiroki Takahasi: Large deviation principle for harmonic/geometric/arithmetic mean of digits in backward continued fraction expansion. arXiv:1912.11815 投稿中
- (3) Hiroki Takahasi, Masato Tsujii: Existence of large deviations rate function for any S -unimodal map. arXiv:1908.07716 投稿中
- (4) Yoshitaka Saiki, James A. Yorke, Hiroki Takahasi: Piecewise linear maps with heterogeneous chaos. arXiv:1811.01009 投稿中
- (5) Hiroki Takahasi: Large deviations for denominators of continued fractions. arXiv 投稿中
- (6) Hiroki Takahasi: Uniqueness of minimizers for countable Markov shifts. arXiv:1904.04997 投稿中
- (7) Yong Moo Chung, Hiroki Takahasi: Large deviation principle for S -unimodal maps with flat critical points, arXiv:1708 投稿中

3. 今後の研究計画

今後も連分数展開、フックス群作用、タイヒミュラー測地流、 β -変換などの数論・幾何学に由来するカオス力学系について高橋、鈴木が個々自由に研究を継続する。並行して、当初に予定していた「ランダム連分数展開の大偏差原理」についての共同研究の遅れを取り戻すべく、二人の間の連携体制を強化する。慶應義塾大学でのセミナーや小研究集会を継続し、研究拠点形成を加速させる。国内外での研究集会への参加も継続する。現時点で決定している国外出張は以下の通りである：Boston-Keio workshop, Boston USA 2020 年 6 月 (高橋); Dynamics of Hénon maps: real, complex and beyond, Banff Canada 2021 年 4 月 (高橋)。鈴木は、前述の Paulo Varandas 氏、Manuel Stadlbauer 氏との共同研究のため、秋学期に国外出張を行う予定である。